

REPUBLIQUE DU TCHAD
 -----0-----
 PRESIDENCE DE LA REPUBLIQUE
 -----0-----
 PRIMATURE
 -----0-----
 MINISTERE DU PLAN ET DE LA COOPERATION
 INTERNATIONALE
 -----0-----
 SECRETARIAT GENERAL
 -----0-----
 INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE, DES
 ETUDES ECONOMIQUES ET DEMOGRAPHIQUES
 -----0-----
 DEPARTEMENT DES AFFAIRES ADMINISTRATIVES, FINANCIERES,
 DES RESSOURCES HUMAINES ET DE LA FORMATION

Unité-Travail-Progress

N'Djaména, le 28 janvier 2018

**TEST DE PRESELECTION AU CONCOURS D'ENTREE DANS LES ECOLES DE STATISTIQUE
 (ITS/ISE ECONOMIE)**

DUREE : 2 HEURES

Exercice n°1 :

Pour t réel strictement positif, on définit la fonction f_t de la variable réelle x dépendant du paramètre t de la façon suivante : $f_t: x \rightarrow \frac{t+1}{x^2+t}$

1- Déterminer, quand ils existent, les réels $M(x)$ et $m(x)$ définis par :
 $M(x) = \text{Max}_{t>0} f_t(x)$ et $m(x) = \text{min}_{t>0} f_t(x)$ où $M(x)$ (resp. $m(x)$) est le maximum (resp. minimum) de la fonction $f_t(x)$ lorsque t parcourt $\mathbb{R}^+ - \{0\}$.

2- Représenter les graphes des fonctions M et m .

Exercice n°2 :

Soit $m \in \mathbb{R}$.

1. Calculer le déterminant de la matrice M suivante :

$$\begin{pmatrix}
 1 & -1 & m-2 \\
 2 & m-4 & -2 \\
 m+2 & -4 & -3
 \end{pmatrix}$$

Pour quelles valeurs de m cette matrice est-elle inversible ? calculer, dans ce cas, la matrice inverse M^{-1}

2. Soient a, b, c dans \mathbb{R} . Résoudre, en utilisant le 1), le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases}
 x - y + (m-2)z = a \\
 2x + (m-4)y - 2z = b \\
 (m+2)x - 4y - 3z = c
 \end{cases}$$

3. Soit E un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension 3 et soit (e_1, e_2, e_3) une base de E . Notons f l'application linéaire de E dans E définie par :

$$\begin{cases}
 f(e_1) = e_1 + 2e_2 + (m+2)e_3 \\
 f(e_2) = -e_1 + (m-4)e_2 - 4e_3 \\
 f(e_3) = (m-2)e_1 - 2e_2 - 3e_3
 \end{cases}$$

(a) Quelle est la matrice de f dans la base (e_1, e_2, e_3) ?

(b) Pour quelles valeurs de m , l'application f est-elle bijective ? Donner, dans ce cas, la matrice de f^{-1} dans la base (e_1, e_2, e_3) ?

(c) Pour quelles valeurs de m , les sous-espaces $\text{Ker}f$ et $\text{Im}f$ de E sont-ils supplémentaires ?