REPUBLIQUE DU TCHAD
Ministère de l'Économie, de la Planification
et du Développement
Secrétariat d'État
Institut National de la Statistique, des Études
Économiques et Démographiques
Département des Affaires Administratives, Financières,
des Ressources Humaines et de la Formation

Unité -Travail -Progrès

2 février 2020

---

**TEST DE PRÉSÉLECTION**
**AU CONCOURS D'ENTRÉE DANS LES ÉCOLES DE STATISTIQUE**
ISTB et ISE Option Mathématiques
2 heures

---

## Exercice 1

Soit la fonction numérique $f$ définie par : $f(x) = \dfrac{1}{(e^x+1)(e^{-x}+1)}$.

1. Calculer $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$.
2. Étudier la convergence de l'intégrale $J = \displaystyle\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$.
3. Donner la parité de $f$ et dresser son tableau de variations.

## Exercice 2

Étudier la série de terme général : $u_n = \ln\left(1 + \sin\left(\dfrac{(-1)^n}{n^\alpha}\right)\right)$.

## Exercice 3

Pour une longueur de périmètre donnée, quelle est parmi ces trois figures : carré, rectangle, cercle, celle qui a la plus grande surface ?

## Exercice 4

Soient $Q_1$ et $Q_2$ deux applications définies sur l'ensemble $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ des matrice carrées réelles d'ordre $n$ respectivement par :

$$Q_1(A) = (Tr(A))^2 \quad \text{et} \quad Q_2(A) = Tr({}^tAA).$$

1. Déterminer les formes polaires $\varphi_1$ et $\varphi_2$ associées à $Q_1$ et $Q_2$ respectivement. Montrer que $Q_1$ et $Q_2$ sont des formes quadratiques.
2. Soit la matrice $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Calculer $\varphi_2(A)$. En déduire que $Q_2$ définie positive ?
3. La forme quadratique $Q_1$ est-elle positive ? définie positive ?

REPUBLIQUE DU TCHAD
---------0---------
PRESIDENCE DE LA REPUBLIQUE
---------0---------
MINISTERE DE L'ECONOMIE ET DE LA PLANIFICATION
DU DEVELOPPEMENT
---------0---------
SECRETARIAT D'ETAT
---------0---------
DIRECTION GENERALE
---------0---------
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE, DES
ETUDES ECONOMIQUES ET DEMOGRAPHIQUES
---------0---------
DIRECTION DES AFFAIRES ADMINISTRATIVES, FINANCIERES,
DES RESSOURCES HUMAINES ET DE LA FORMATION

*Unité- Travail- Progrès*

N'Djaména, le 02 février 2020

**DURÉE : 2 HEURES**

**TEST DE PRESELECTION ITS/ISE OPTION ECONOMIE**

**Exercice n°1**

On définit sur F x F l'application suivante :

Pour $f, g \in F, D(f,g) = \underset{x \in U}{Sup}(|f(x) - g(x)|)$

Cette définition est licite car la fonction $f - g$ étant continue sur le segment U, elle est bien bornée sur U.

1. Si $f, g \in F$, que signifie $D(f,g) = 0$ ?
2. Montrer que D est symétrique, c'est-à-dire que $D(f,g) = D(g,f), \forall f$ et $g \in F$
3. Montrer que D vérifie l'inégalité triangulaire :
$$\forall f, g, h \in F \;\; D(f,g) \leq D(f,h) + D(h,g)$$
4. On définit les fonctions f et g suivantes, pour $x \in U$ : $f(x) = x^2$ et $g(x) = x$. Etablir que $D(f,g) = \frac{1}{4}$. Tracer les graphes de f et g et représenter graphiquement D (f, g).

**Exercice n°2 :**

On considère un endomorphisme $f$ de $C^3$ rapporté à sa base canonique dont la matrice est :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 12 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

1- Chercher les valeurs propres de la matrice A.

2- Montrer qu'il existe une base de vecteurs propres par rapport à laquelle la matrice associée à $f$ est diagonale. Trouver la matrice de passage $P$ de la base canonique à cette nouvelle base. Calculer $P^{-1}$ et $P^{-1}AP$.

3- Monter par le calcul que la matrice A annule son polynôme caractéristique.

**Bonne chance !**

REPUBLIQUE DU TCHAD
---------0---------
PRESIDENCE DE LA REPUBLIQUE
---------0---------
MINISTERE DE L'ECONOMIE ET DE LA PLANIFICATION
DU DEVELOPPEMENT
---------0---------
SECRETARIAT D'ETAT
---------0---------
DIRECTION GENERALE
---------0---------
INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE, DES
ETUDES ECONOMIQUES ET DEMOGRAPHIQUES
---------0---------
DIRECTION DES AFFAIRES ADMINISTRATIVES, FINANCIERES,
DES RESSOURCES HUMAINES ET DE LA FORMATION

*Unité- Travail- Progrès*

N'Djaména, le 02 février 2020

**TEST DE PRESELECTION AU CONCOURS D'ENTREE DANS LES ECOLES DE STATISTIQUE**

(ISE Cycle long/AS)

**DURÉE: 2 HEURES**

## Exercice 1

Soit f une fonction continue et définie sur l'intervalle [0 ; 1] et à valeurs dans l'intervalle [0 ;1]. Démontrer que f admet (au moins) un point fixe dans [0 ; 1].

## Exercice 2

a) Calculer $Lim \frac{x^x}{1+x}$ $pour\ x \to 0+$.

b) Calculer $\sum_1^n \frac{1}{k(k+1)}$ en fonction de n.

c) Calculer $\lim \frac{\ln|x^2-3x+2|}{x}$ pour $x \to +\infty$.

d) Déterminer le nombre de solutions de l'équation : $\sum_{k=0}^n x^{2k} + \int_0^1 \frac{t^{2n}}{1+t^2} dt = 0$

## Exercice 3

On se propose de résoudre l'équation ($E_1$) $X^3 = \sqrt{1-2x}$

1. Soit g la fonction définie sur] - ∞ ; 1/2] par $g(x) = X^3 . \sqrt{1-2x}$

a) Etudier le limite de g en -∞.

b) Sur quel intervalle g est-elle dérivable ? Exprimer alors g'(x).

c) Donner le tableau de variations de g sur] - ∞ ; 1/2].

2. a) Montrer que l'équation ($E_1$) admet une unique solution α sur] - ∞ ; 1/2].

b) Trouver un encadrement de α d'amplitude $10^{-3}$

**Bonne chance !**