

N'Djaména, le 05 février 2012

TEST DE PRESELECTION

ITS VOIE A

EXERCICE 1 :

On considère la suite de fonctions numériques (f_n) définies sur l'ensemble des nombres réels par $f_n(x) = x^n \sin x$; ou n est entier réel.

1. Etudier les variations de f_n sur $[0, \frac{\pi}{2}]$.
2. On pose $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x)$, trouver une relation de récurrence entre I_n et I_{n-2} pour tout n.

EXERCICE 2 :

Calculer l'intégrale suivante : $\int_1^3 \ln(x) dx$

EXERCICE 3 :

1. Démontrer par récurrence que : $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
2. Etablir une relation liant C_{n+1}^{p+1} à C_n^p et C_n^{p+1} .

Rappel : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ pour $0 \leq p \leq n$

EXERCICE 4 :

Soit l'équation : $a^3 - 3a - 1 = 0$; Montrer qu'elle admet trois solutions réelles a_1, a_2 et a_3 .

EXERCICE 5 : (2000)

Soit f la fonction numérique définie sur l'ensemble des nombres réels non nuls(\mathbb{R}^*) par :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$$

1. Montrer qu'il existe une fonction numérique continue $\varphi(x)$ définie sur \mathbb{R} et telle que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, \varphi(x) = f(x)$.
2. Etudier le sens des variations de φ ;
3. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$; ln désigne le logarithme népérien.
4. Déterminer l'ensemble de définition de g.
5. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xg(x)}{\varphi(x) - 1}$