REPUBLIQUE DU TCHAD — *Unité- Travail- Progrès*

---------0---------

MINISTERE DE L'ECONOMIE ET DE LA PLANIFICATION DU DEVELOPPEMENT

---------0---------

SECRETARIAT D'ETAT

---------0---------

SECRETARIAT GENERAL

---------0---------

INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE, DES ETUDES ECONOMIQUES ET DEMOGRAPHIQUES

---------0---------

DEPARTEMENT DES AFFAIRES ADMINISTRATIVES, FINANCIERES, DES RESSOURCES HUMAINES ET DE LA FORMATION

N'Djaména, le 29 février 2017

TEST DE PRESELECTION AU CONCOURS D'ENTREE DANS LES ECOLES DE STATISTIQUE

Filière : ITS/ISE Option Economie

(L'épreuve dure deux (2) heures. La clarté de la rédaction sera de rigueur)

Exercice 1

M_3 désigne l'ensemble des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels. Soit une matrice $M \in M_3$. On suppose que M vérifie la relation (R) : $M^2 = aM + bI$ où I est la matrice identité de M_3, et a et b sont deux nombres réels non nuls.

1) Montrer que M est inversible et donner l'expression de son inverse M^{-1}.

2) Soit la matrice $A = \begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix}$

Montrer que A vérifie la relation (R), et donner les valeurs de a et b associées.

3) En déduire l'expression de A^{-1}, inverse de A.

Soit B la matrice suivante de M_3 :

$$B = \begin{matrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{matrix}$$

4) Quelles sont les valeurs propres de B ? En déduire que B est diagonalisable (on notera par D la matrice diagonale semblable à B).

5) Déterminer une base de vecteurs propres et donner la matrice de passage P.

6) n étant un entier naturel non nul, donner l'expression générale de B^n en fonction de D et P et calculer sa valeur explicite.

Exercice 2

Soit une suite $\{u_n\}$ à termes positifs, n entier > 0 ; on définit la suite {Un} par : $U_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$

1) Montrer qu'une condition nécessaire pour que la suite {Un} admette une limite finie U est que un $u_n \to 0$ quand $n \to +\infty$

2) Que peut-on dire du comportement de la suite {Un} si u_n ne tend pas vers 0 quand $n \to +\infty$

3) Le paramètre a est un réel strictement positif, $a > 0$.

Soit une application f : [0, a] → R continue, vérifiant pour tout réel x, $0 \le x \le a$, les deux conditions suivantes :

$f(x) \neq -1$

$f(x).f(a - x) = 1$

Calculer l'intégrale $I = \int_0^a \frac{1}{1+f(x)}dx$

Bonne chance !!!