REPUBLIQUE DU TCHAD — *Unité- Travail- Progrès*

---------0---------

MINISTERE DU PLAN ET DE LA COOPERATION INTERNATIONALE

---------0---------

SECRTARIAT GENERAL

---------0---------

INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE, DES ETUDES ECONOMIQUES ET DEMOGRAPHIQUES

---------0---------

DEPARTEMENT DES AFFAIRES ADMINISTRATIVES, FINANCIERES, DES RESSOURCES HUMAINES ET DE LA FORMATION

N'Djaména, le 1er février 2015

TEST DE PRESELECTION ITS/ISE OPTION ECONOMIE **DUREE : 2 HEURES**

Traiter un exercice de votre choix

Exercice n°1

On définit sur F x F l'application suivante :

Pour $f, g \in F, D(f,g) = \sup_{x \in U}(|f(x) - g(x)|)$

Cette définition est licite car la fonction $f - g$ étant continue sur le segment U, elle est bien bornée sur U.

1. Si $f, g \in F$, que signifie $D(f,g) = 0$?
2. Montrer que D est symétrique, c'est-à-dire que $D(f,g) = D(g,f), \forall f$ et $g \in F$
3. Montrer que D vérifie l'inégalité triangulaire :

$$\forall f, g, h \in F \quad D(f,g) \leq D(f,h) + D(h,g)$$

4. On définit les fonctions f et g suivantes, pour $x \in U$: $f(x) = x^2$ et $g(x) = x$. Etablir que $D(f,g) = \frac{1}{4}$. Tracer les graphes de f et g et représenter graphiquement D (f, g).

Exercice n°2 :

Soient $u: R2 \to R3$ et $v: R3 \to R2$ définies par $u(x,y) = (x+2y, 2x-y, 2x+3y)$ et $v(x,y,z) = (x-2y+z, 2x+y-3z)$.

1- Montrer que u et v sont linéaires et donner les matrices de $u, v, u \circ v$ et $v \circ u$ dans les bases canoniques de leurs espaces de définition respectifs. En déduire les expressions de $u \circ v(x,y,z)$ et $v \circ u(x,y)$.

2- Soit $B_2 = \{E_1, E_2\}$ et $B_3 = \{F_1, F_2, F_3\}$ les bases canoniques de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$. Montrer que $B'_2 = \{E'_1, E'_2\}$ et $B'_3 = \{F'_1, F'_2, F'_3\}$ sont des bases de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ respectivement, où $E'_1 = E_1, E'_2 = E_1 - E_2$, $F'_1 = F_1$, $F'_2 = F_1 + F_2$ et $F'_3 = F_1 + F_2 + F_3$.

3- Donner la matrice P de passage de la base B_2 à la base B'_2 puis la matrice Q de passage de la base B_3 à la base B'_3.

4- Ecrire la matrice de u dans les bases B'_2 et B_3 puis dans les bases B'_2 et B'_3 et enfin celle de v dans les bases B'_3 et B'_2.